

## Innere und äußere Beugungsringe von Kreisöffnungen

Helmut Nieke

### Zusammenfassung

In einer Schlierenapparatur wurde gezeigt, daß auch bei Kreisöffnungen gebeugtes Licht nur aus der engen ( $< 0,1$  mm) Umgebung der Kanten kommt. Auch für die Beugungsfiguren von Kreisöffnungen ist es wichtig, zwischen inneren und äußeren Beugungsfiguren zu unterscheiden, denn nur damit ist das Wesen der Beugung zu erfassen. Die Unterschiede der Fresnelschen und Fraunhoferschen Beobachtungsart werden demonstriert.

### Inner and Outer Diffraction-Rings at Circular-Openings

#### Abstract

In a schlieren-apparatus is shown that also at circular-openings bent light comes only from a small ( $< 0.1$  mm) surroundings of edges. It is important, also for circular-openings, to distinguish between inner and outer diffraction-rings, only in this way it is possible to comprehend the nature of diffraction. The differences of Fresnel's and Fraunhofer's manner of observation are demonstrated.

#### 1. Kreisöffnungen in der Schlierenapparatur

Wie das bereits Newton [1] III Beobachtung 5 festgestellt hatte, kommt gebeugtes Licht nur aus einer engen Umgebung der Kante. Nieke [2] zeigte das Gleiche in der Schlierenapparatur nach Abbe. Es war daher anzunehmen, daß dies auch bei Kreisöffnungen der Fall ist, dies wurde in der Abb. 1 noch experimentell in der Schlierenapparatur überprüft. In der Tat kommt gebeugtes Licht nur aus einem Gebiet kleiner als 0,1 mm der Umgebung der hier kreisförmigen Kante. Einzelheiten wurden bereits bei Nieke [3] diskutiert.

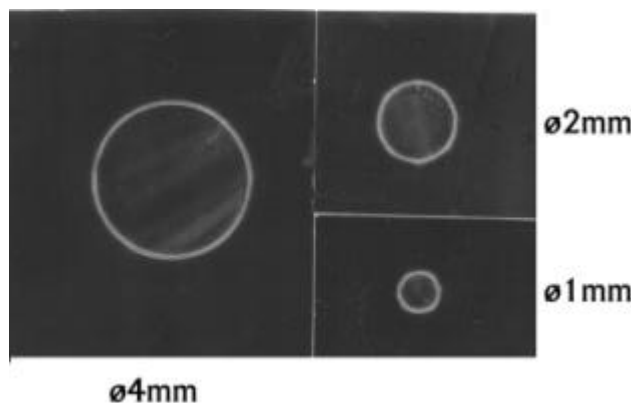


Abb. 1. Bilder von Kreisöffnungen in einer Schlierenapparatur nach Nieke [2] (dort Abb. 1) Kreisöffnungen hergestellt als Bohrungen in Alublech vom Durchmesser 1, 2 und 4 mm, angesenkt mit einem Rand von etwa 0,1 mm und geschwärzt. Aufgenommen im Abbildungsmaßstab - 1 und optisch nachvergrößert.

#### 2. Innere und äußere Beugungsringe von Kreisöffnungen

## Newton's Beugungsexperimente und ihre Weiterführung Arbeit 7

Die umfassendsten Untersuchungen der Beugung an Kreisöffnungen stammen von Arkadiew [4]. Dessen Photos wurden oft übernommen, ohne Einzelheiten anzugeben. Dieser experimentierte bei Entfernungen von Lichtquelle zur Kreisöffnung oder -hindernis von 27,77 m und von 11,7 m Kreisöffnung oder -hindernis zur Photoplatte ohne Verwendung von Optik. Aber auch bei diesen extremen Entfernungen gelang ihm die Diskussion mittels Fresnelscher Zonen nicht bei allen Beugungsringen.

Auch bei Kreisöffnungen treten innere und äußere Beugungsringe auf. Da der Übergang von inneren zu äußeren Beugungsringen wie auch beim Spalt bisher nicht zu begründen war, wurde

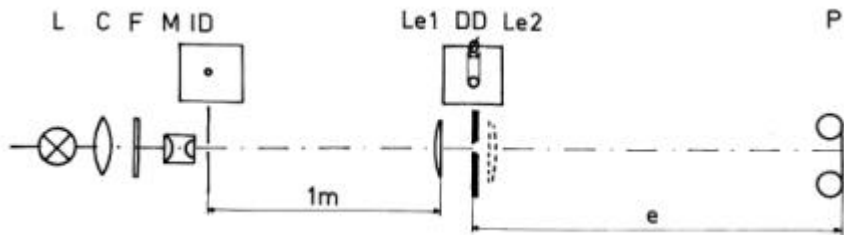


Abb. 2. Experimentelle Anordnung zur Untersuchung der Beugungsfiguren von Kreisöffnungen in Abhängigkeit von deren Durchmesser und der Entfernung. L - Lichtquelle, eine Hg-Höchstdrucklampe HBO 100; C - Kondensator; F - Grünfilter; M - Mikroskopobjektiv; ID - Beleuchtungsöffnung, eine Spinddüse  $\varnothing$  0,1 mm; Le 1 - Linse  $f' = 1$  m; DD - Beugungs-Kreisöffnung mit dem Durchmesser 4, 2 oder 1 mm; Le 2 - entfiel bei Fresnelscher Beobachtungsart, eingesetzt bei Fraunhoferscher Beobachtungsart, wo stets  $f^2 = e$  war; P - Kleinbild-Spiegelreflexkamera ohne Optik.

Apparatur Abb. 2. Es ist zu beachten, daß hier parallel eingestrahlt wurde, die Schattengrenzen laufen also parallel im gleichen Abstand.

Zum Vergleich sind in Abb. 3 die Aufnahmen geteilt. Die oberen Hälften stellen in jedem Fall die Beugungsfigur in der Fresnelschen Beobachtungsart dar, also ohne Optik, bei parallel einfallendem Licht. Die unteren Hälften der Beugungsfiguren zeigen bei überwiegend inneren Beugungsringen als Vergleich die Beugungsstreifen der Halbebene, welche in der gleichen Entfernung aufgenommen waren. Die Teilbilder wurden zerschnitten und so zusammengeklebt, daß äquivalente Ringe bzw. Streifen aneinander grenzten. Innere Ringe sind sichtbar bei oberen Bildteilen links oberhalb der Linie 1/16 m -  $\varnothing$  1 mm bis 1 m -  $\varnothing$  4 mm.

Überwiegen jedoch die äußeren Ringe in der Fresnelschen Beobachtungsart, so ist als untere Bildhälfte die Beugungsfigur in Fraunhoferscher Beobachtungsart in gleicher Entfernung, also mit einer Linse der Brennweite gleich der Entfernung, zum Vergleich dargestellt. Dieser Fall tritt rechts unterhalb der oben genannten Linie ein.

### 3. Fresnelsche und Fraunhofersche Beobachtungsart bei Kreisöffnungen

Fresnel [6] benutzte genau wie Newton bei seinen Beugungsexperimenten keine Optik. Fraunhofer [7] jedoch fügte eine Sammellinse der Brennweite des Abstandes der Lichtquelle oder des Beleuchtungsspalt vor dem Beleuchtungsobjekt ein, das Licht trat also parallel in das Beugungsobjekt ein. Hinter dem Beugungsobjekt ordnete Fraunhofer ein auf Unendlich eingestelltes Fernrohr an und betrachtete damit die Beugungsfigur. Gleichwertig ist es eine Linse der Brennweite der Entfernung zur Auffangebene hinter dem Beugungsobjekt anzuordnen. In jedem Fall wird dadurch die Lichtquelle oder der Beleuchtungsspalt in die Auffangfläche abgebildet. Damit fallen in der Auffangfläche die Schattengrenzen mit den Grenzen des Bildes von Lichtquelle oder

Beleuchtungsöffnung zusammen. Damit wird erreicht, daß es keine inneren Beugungsstreifen geben kann. Damit läßt sich die Beugung einfacher beschreiben und von Lehrbuchautoren wurde daher die Fraunhofersche Beobachtungsart bevorzugt. Dabei wurde aber auch die Beugung simplifiziert, denn ihr Wesen läßt sich nur durch die Gesamtheit aller Beugungserscheinungen erfassen.

Um auch bei Kreisöffnungen die Ergebnisse in der doppelten Brennweite von Nieke [5] zu demonstrieren, wurde in Abb. 4 der Vergleich Fresnelscher und Fraunhoferscher Beobachtungsart

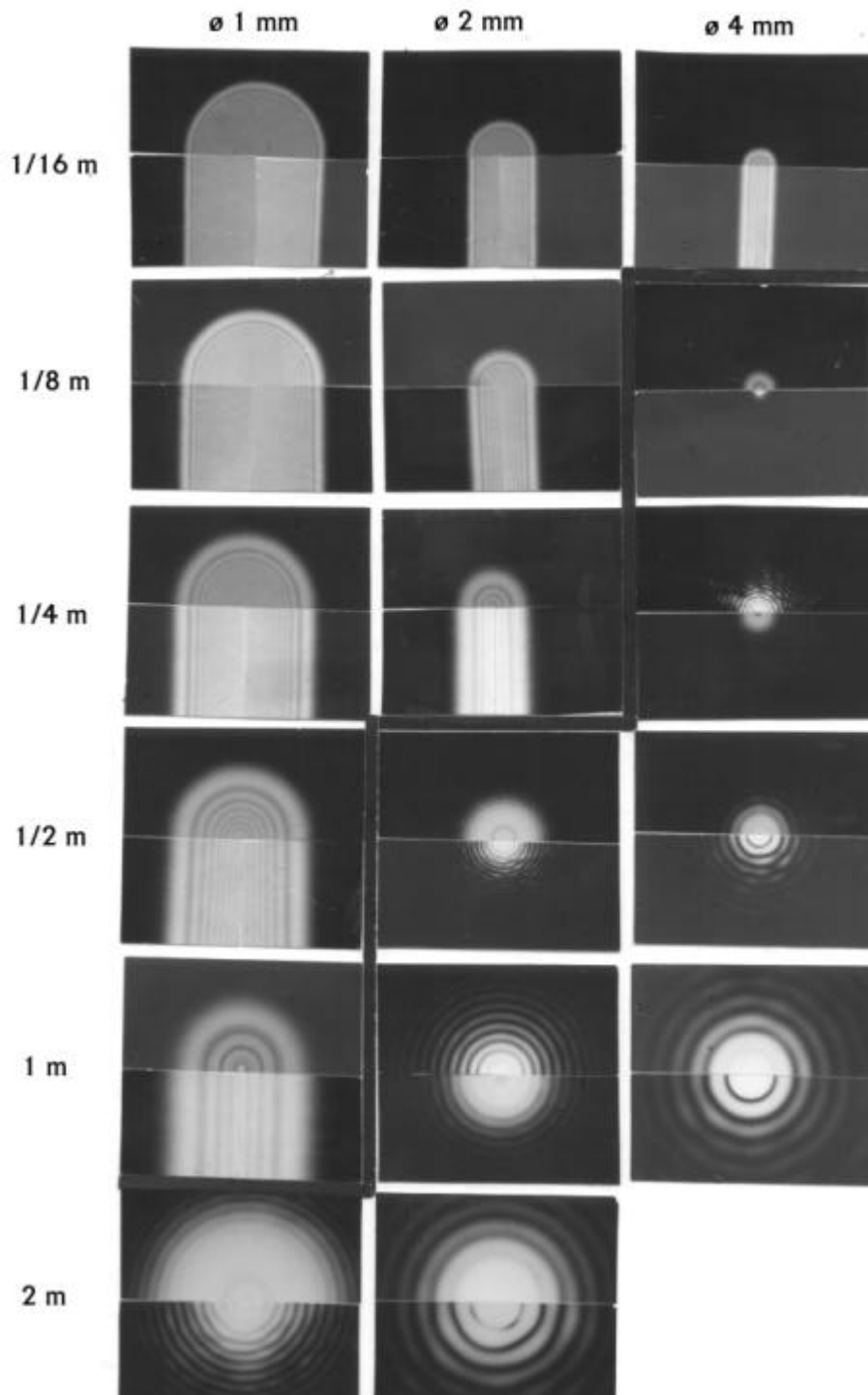


Abb. 3 Beugungsfiguren von Kreisöffnungen in der Anordnung Abb. 2. Der obere Teil der Photos ist stets die Aufnahme in Fresnelscher Beobachtungsart bei paralleler Einstrahlung. Links oberhalb der ausgezogenen Linie ist zum Vergleich die Beugungsfigur der Halbebene aus der gleichen Entfernung so darunter angeordnet, daß äquivalente Ringe und Streifen aneinander grenzen. Rechts unterhalb dieser Linie sind als unterer Teil die Aufnahmen in Fraunhoferscher Beobachtungsart angeordnet, also mit der Linse  $L_2$  und  $f^2 = e$ . Links ist die Entfernung  $e$  in m angegeben, oben der Durchmesser der verwendeten Kreisöffnungen  $DD$  in mm. **3**

#### Newton's Beugungsexperimente und ihre Weiterführung Arbeit 7

im Abstand der doppelten und dreifachen Brennweite durchgeführt. In der ersten Reihe zeigen die oberen Hälften von 4 und 2 mm  $\varnothing$  innere Beugungsringe,  $\varnothing$  1 mm jedoch nicht. In der zweiten Reihe entstehen im Abstand der doppelten Brennweite mit und ohne Optik die gleichen Beugungsfiguren mit inneren und äußeren Beugungsringen (innere Ringe nur bei 4 mm  $\varnothing$ ) und der dreifachen in der dritten Reihe. Also außerhalb der Brennebene treten auch bei Fraunhoferscher Beobachtungsart innere Beugungsringe von Kreisöffnungen auf.

#### 4. Allgemeines zu Beugungsringen an Kreisöffnungen

Mit Fresnelscher Beobachtungsart treten in kurzen Entfernungen und bei großen Kreisöffnungen wie beim Spalt oder Dreieckspalt die inneren Beugungsringe auf, die den inneren Beugungsstreifen des Spaltes oder der Beugungsstreifen der Halbebene entsprechen. Der (ungleiche) Abstand dieser Beugungsringe hängt nicht merklich vom Durchmesser der Kreisöffnung ab, sondern nur von der Entfernung, wo bei paralleler Einstrahlung die Streifenabstände nur mit der Wurzel aus der Entfernung wachsen, wie dies schon Fresnel [6] experimentell bei der Beugungsfigur der Halbebene festgestellt hatte. Wie Nieke [3] nachgewiesen hat, gilt diese Abhängigkeit aber erst ab Entfernungen von größer als  $10^5 \lambda$  (bei sichtbarem Licht also ab etwa 50 mm), vorher baut sich die Beugungsfigur der Halbebene erst auf.

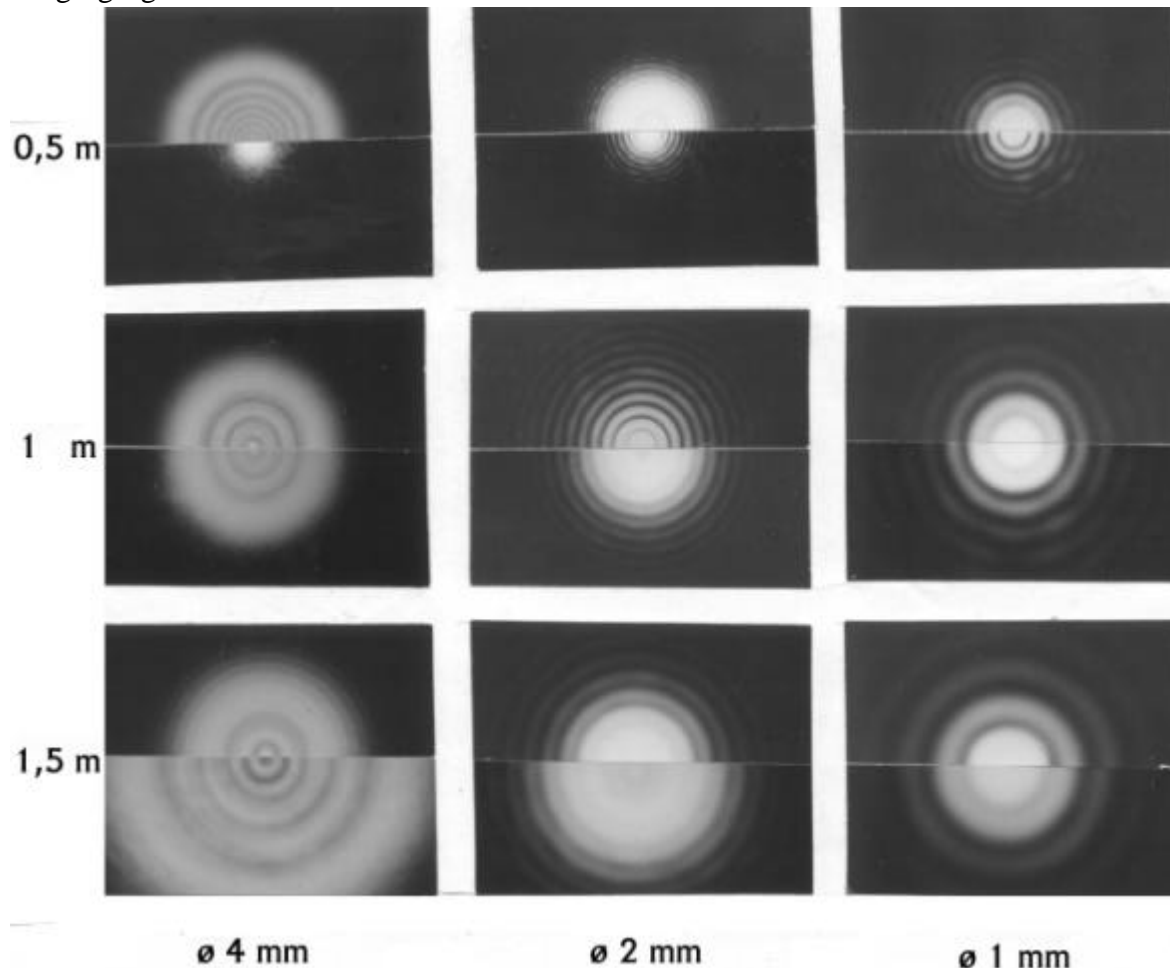


Abb. 4. Beugung mit und ohne Abbildung bei Kreisöffnungen in der Anordnung der Abb. 2. Untere Zeile: Durchmesser der verwendeten Kreisöffnung. Linke Spalte: Entfernung. Die oberen Hälften der Bilder sind in Fresnelscher Beobachtungsart ohne die Linse  $Le\ 2$  aufgenommen. Die unteren Bildhälften wurden mit der Linse  $Le\ 2$  aufgenommen, wobei diese Linse stets die Brennweite  $f' = 0,5\ m$  besaß. Die erste Reihe zeigt die Verhältnisse in 0,5 m bzw. in der Brennebene (Fraunhofersche Beobachtungsart), die zweite Reihe in 1 m Entfernung bzw. in der doppelten Brennweite und in der dritten Reihe in 1,5 m Entfernung bzw. in der dreifachen Brennweite.

Treten jedoch in hinreichend großen Entfernungen oder bei kleiner Kreisöffnungen statt der inneren Ringe äußere auf, so stimmen die Ringabstände hinreichend mit den Ringabständen überein, wie man sie bei der Fraunhoferschen Beobachtungsart findet (die Intensitäten hingegen stimmen nicht überein). Sie sind also dem reziproken Durchmesser der Kreisöffnungen proportional. Der Übergang von inneren zu äußeren Ringen in der Fresnelschen Beobachtungsart (obere Bildhälften Abb. 3) findet bei  $\varnothing$  4 mm zwischen 1 und 2 m statt, bei  $\varnothing$  2 mm zwischen 1/4 und 1/2 m und bei  $\varnothing$  1 mm zwischen 1/16 und 1/8 m.

Während bei vorgegebener Entfernung die Abstände äußerer Beugungsstreifen am Spalt konstant sind, ist dies bei äußeren Beugungsringen der Kreisöffnungen nicht der Fall, wenn das auch nicht so auffällig wirkt wie bei den Abständen innerer Kreisringe oder Beugungsstreifen der Halbebene. Mit Hilfe des Huygensschen Prinzips und Integration über die Kreisfläche mit dem Radius R wurden formal äußere Beugungsringe berechnet mit der Voraussetzung großer Entfernungen und nicht zu kleiner und auch nicht zu großer Radien der Kreisöffnung. Damit (und nur dann) ergaben sich mittels Besselfunktionen die Beugungsringe zu

$$\sin \alpha = \chi \lambda / R \quad (1)$$

für die Minima zu  $\chi = 0,61, 1,116, 1,619 \dots$

und für die Maxima  $\chi = 0,819, 1,346, 1,850 \dots$

Also die Abweichungen von der Konstanz ist nicht sehr groß, aber doch merklich.

Abweichungen von allen Berechnungen mittels der Wellenhypothese treten bei Größen der Spaltweite oder des Kreisdurchmessers von kleiner als 0,1 mm auf. Hönl, Maue, u. Westphal [8] zitierten viele formale und Näherungslösungen für diesen Fall. Nach Nieke [2] und [3] berühren sich bei Spaltweiten von 0,1 mm die beiden Gebiete aus denen gebeugtes Licht kommt. So kann jetzt auch ein physikalischer Grund angegeben werden, warum hier bei sehr kleinen Spaltweiten oder Kreisöffnungen andere Verhältnisse herrschen müssen. Hier wäre die Voraussetzung der (unzulässigen und falschen) Extrapolation (vgl. Nieke [9]) der Formel für die Beugung äußerer Streifen am Spalt erfüllt, daß gebeugtes Licht vom gesamten Spalt kommen müßte, doch hier stimmen die Berechnungen gerade nicht.

Die Fresnelsche Zonenkonstruktion beschreibt ein Ringsystem in der Blendenebene, wo Lichtwege von der Lichtquelle zum Aufpunkt jeweils um  $\lambda/2$  größer werden. Sommerfeld [10] schrieb dazu: „Ein sehr anschauliches, wenn auch nur qualitatives Verständnis dieser Resultate liefert die Konstruktionen der Fresnelschen Zonen.“ Dieses konstruiert also ein Ringsystem, das nur in speziellen Fällen die gleichen Beugungsringe liefern kann.

Literatur

- [1] 1. Newton, Opticks, or a Treatise of the Reflexions, Refractions, Inflexions and Colours of Light. London 1704;  
Opera quae exstant omnis, Tom IV. London 1782;  
Reprint, Bruxelles 1966;  
Optik II + III, Übers. W. Abendroth, Ostwald's Klassiker Nr. 97, Engelmann, Leipzig 1898;  
Neuaufgabe Bd 96/97, Vieweg, Braunschweig 1983;  
Optique, Transc. J. P. Marat 1787; Bourgois Paris 1989.
- [2] H. Nieke, Newton's Beugungsexperimente und ihre Weiterführung. Arbeit 2.
- [3] Wie [2], Arbeit 3.
- [4] W. Arkadiew, Phys. Z. **14** (1913) 832.
- [5] Wie [2], Arbeit 4.
- [6] A. J. Fresnel, Oeuvre Complètes I Paris 1866;  
Abhandlungen über die Beugung des Lichtes. Ostwalds Klassiker Nr. 215, Engelmann, Leipzig 1926.
- [7] J. v. Fraunhofer, Gesammelte Schriften. Verlag bayr. Akad. München 1888.
- [8] H. Hönl, A.W. Maue u, K. Westphal, in: Handbuch der Physik Bd. XXV. Springer Göttingen, Heidelberg, Berlin 1961.
- [9] Wie [2], Arbeit 1.
- [10] A. Sommerfeld, Vorlesungen über theoretische Physik, Bd. IV Optik. Dietrich, Wiesbaden 1950, S. 222.